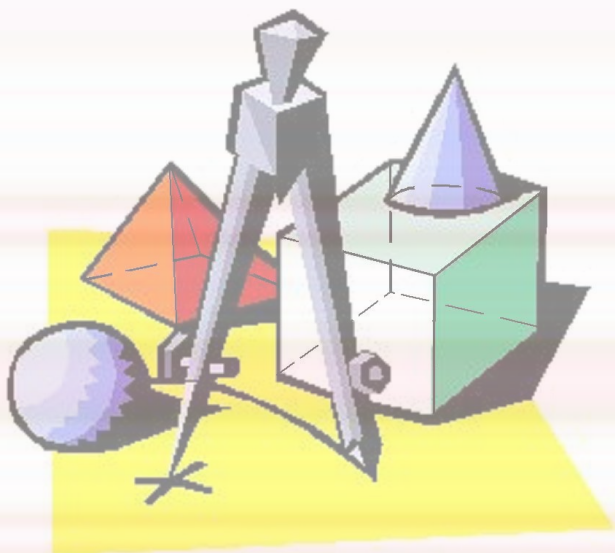


Методические материалы
по курсу «Начертательная геометрия»
для работы со студентами
Института авиатехники (поток №2)

Лекция № 4.
ПРОЕКЦИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТИ

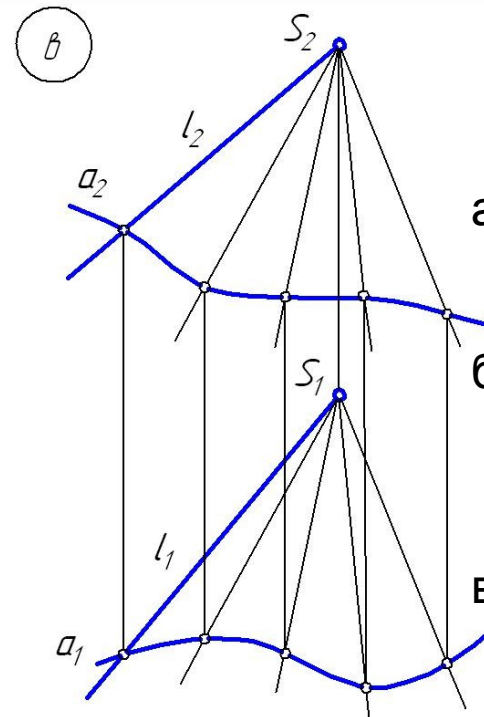
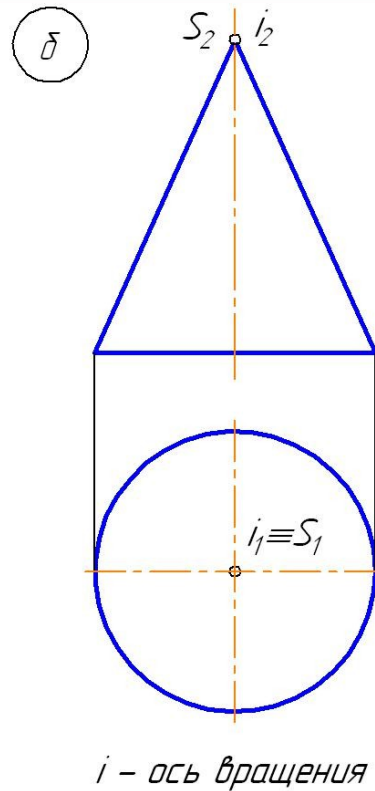
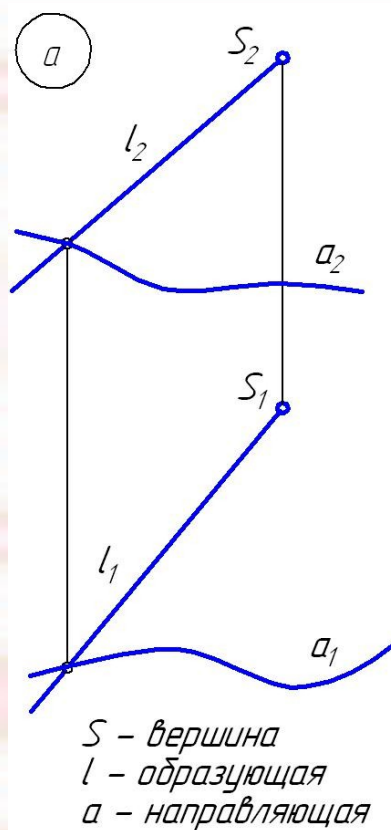


Составитель Н.В. Савченко

Способы задания поверхности

Поверхность — абстрактная фигура, не имеющая толщины.

Поверхность — совокупность непрерывных последовательных положений линий (**образующих**), движущихся в пространстве по определенному закону. Линия, по которой движется образующая, называется **направляющей**.



- а) Набор элементов, определяющих поверхность.
- б) **Очерк поверхности** – проекции контура поверхности на плоскости проекций.
- в) Каркас поверхности.

Определитель поверхности

Поверхность считается заданной, если по одной проекции точки, принадлежащей ей, можно построить вторую проекцию.

Совокупность независимых условий, необходимых и достаточных для однозначного определения поверхности, называется **определителем поверхности** $\Phi(\Gamma), [A]$

Φ — поверхность,

(Γ) — **геометрическая часть** определителя поверхности — совокупность геометрических фигур, образующих поверхность;

$[A]$ — **алгоритмическая часть** определителя поверхности — алгоритм формирования поверхности из элементов, входящих в алгоритмическую часть.

Определитель конической поверхности

Геометрическая часть

$$\Phi(\bar{l}, \tilde{a}, S, [l \cap a, S \in l])$$

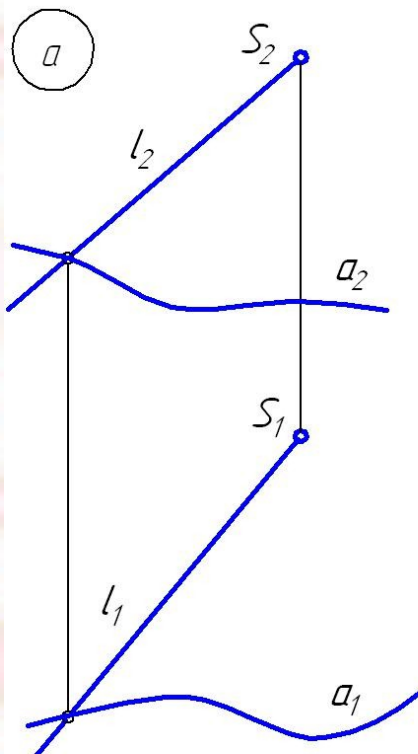
S — вершина

l — образующая

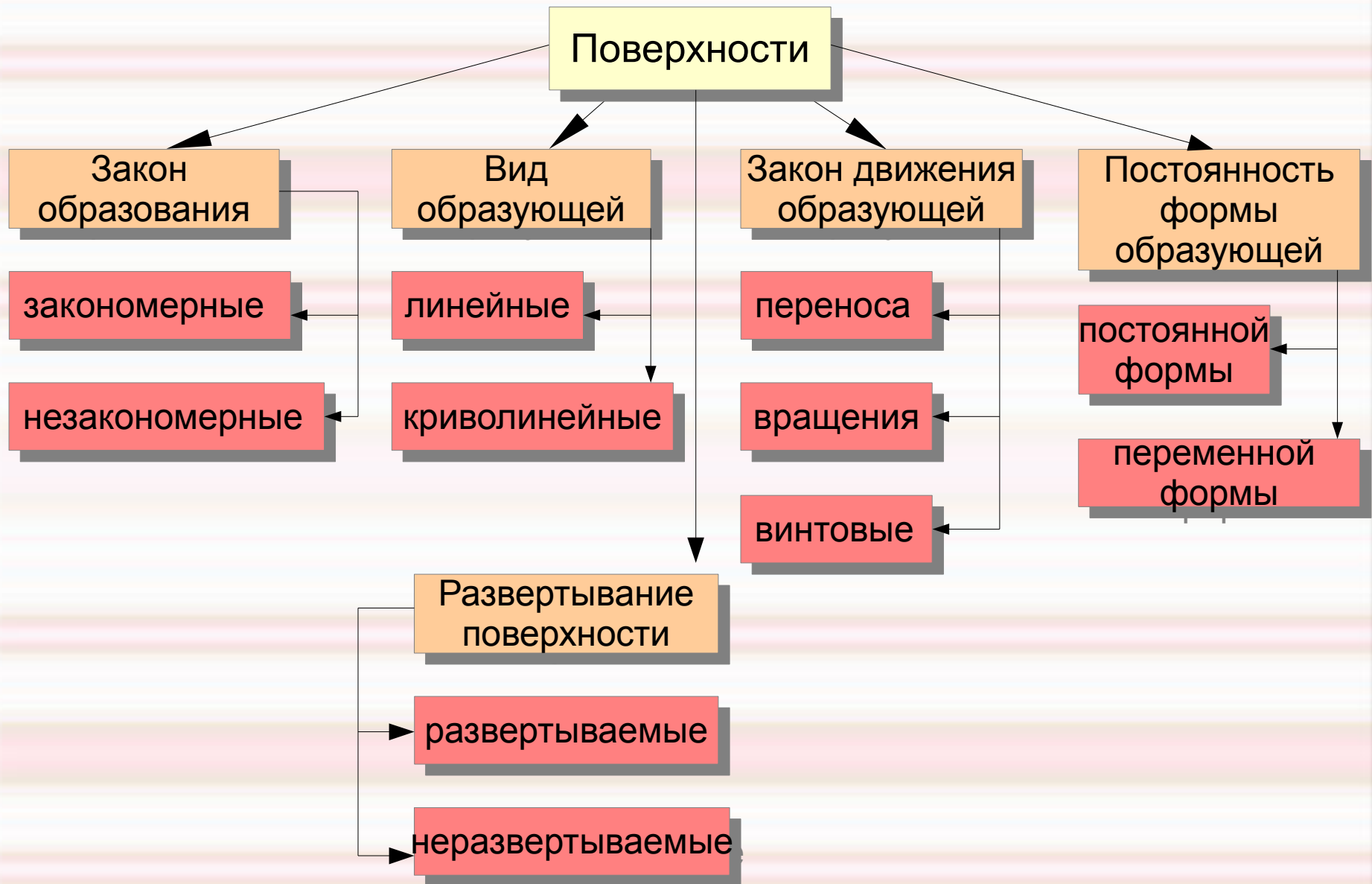
a — направляющая

Алгоритмическая часть

Любая образующая l пересекает направляющую a и проходит через точку S .



Классификация поверхностей

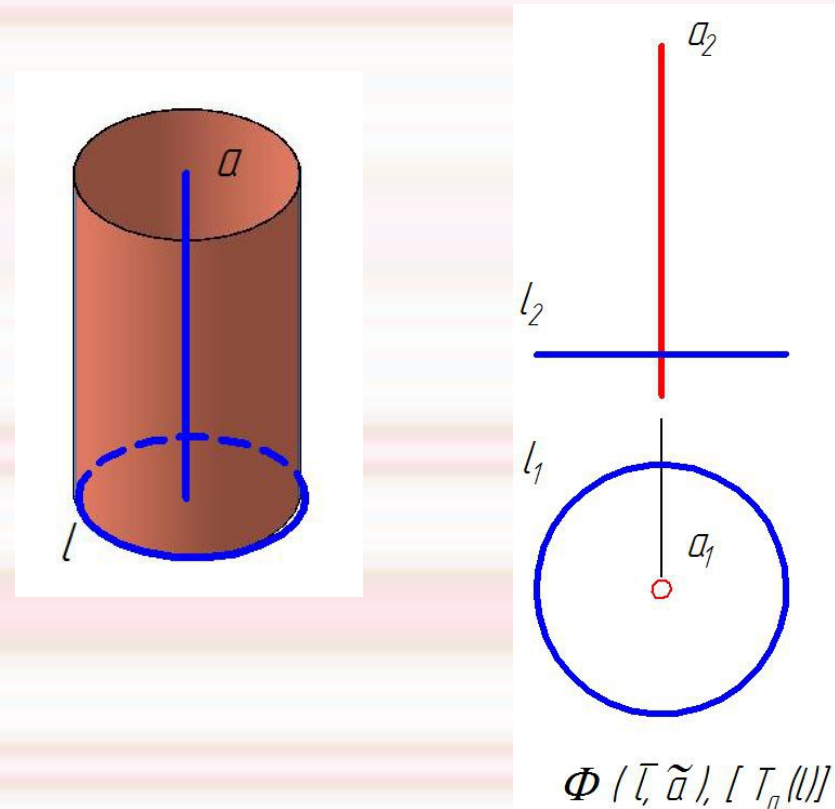
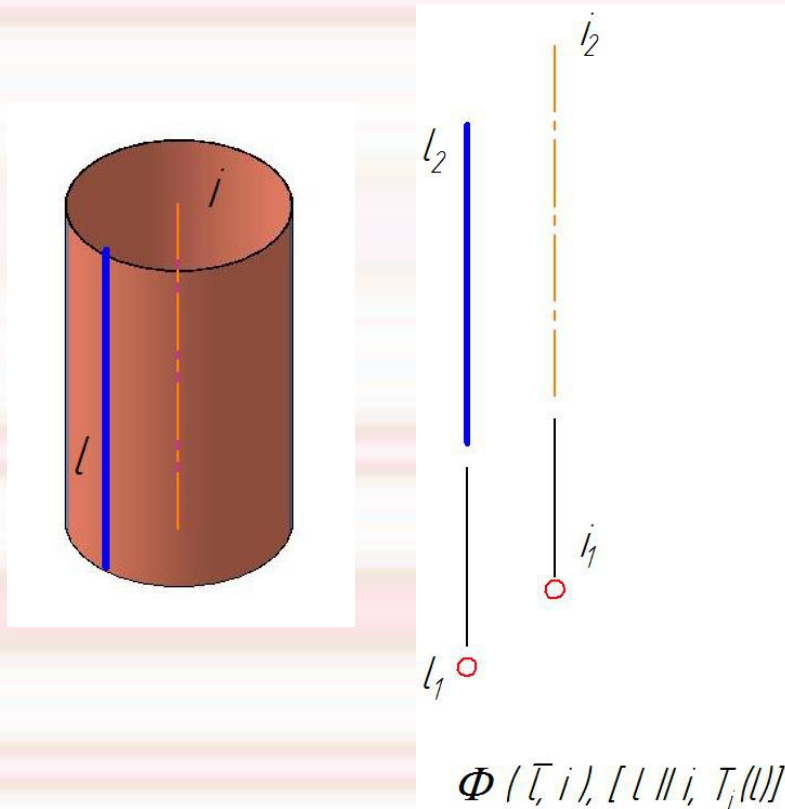


Варианты определителя поверхности

Практически любую поверхность можно классифицировать одновременно по нескольким признакам.

Цилиндрическая поверхность:

1. Линейчатая закономерная развертываемая поверхность вращения.
2. Циклическая поверхность переноса окружности постоянного радиуса.
3. Алгебраическая поверхность второго порядка.



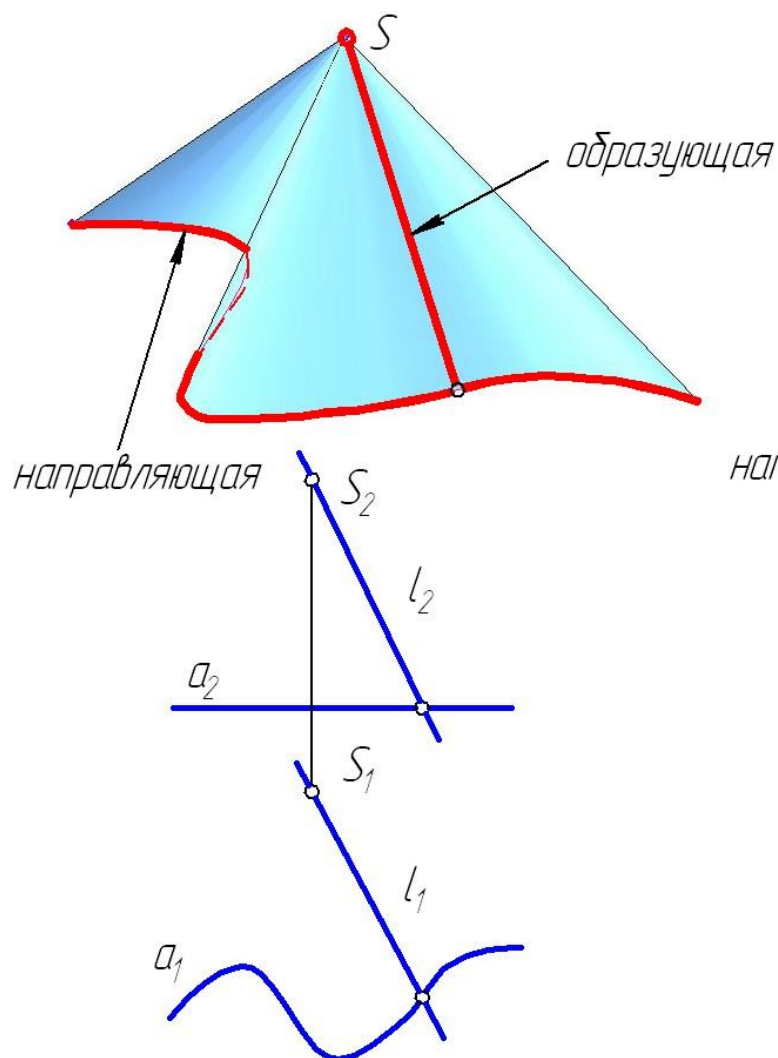
Линейчатые поверхности

Линейчатая поверхность — поверхность, образованная движением прямой линии.

Закон движения образующей	Заданного направления (подкласс 1)	Поверхности вращения (подкласс 2)	Винтовые поверхности (подкласс 3)
Развертываемость			
Развертываемые	Цилиндрические Конические Торсы	Цилиндрические Конические	Развертываемый геликоид
Неразвертываемые	Поверхности Каталана	Однополосный гиперболоид	Прямой геликоид Косой геликоид

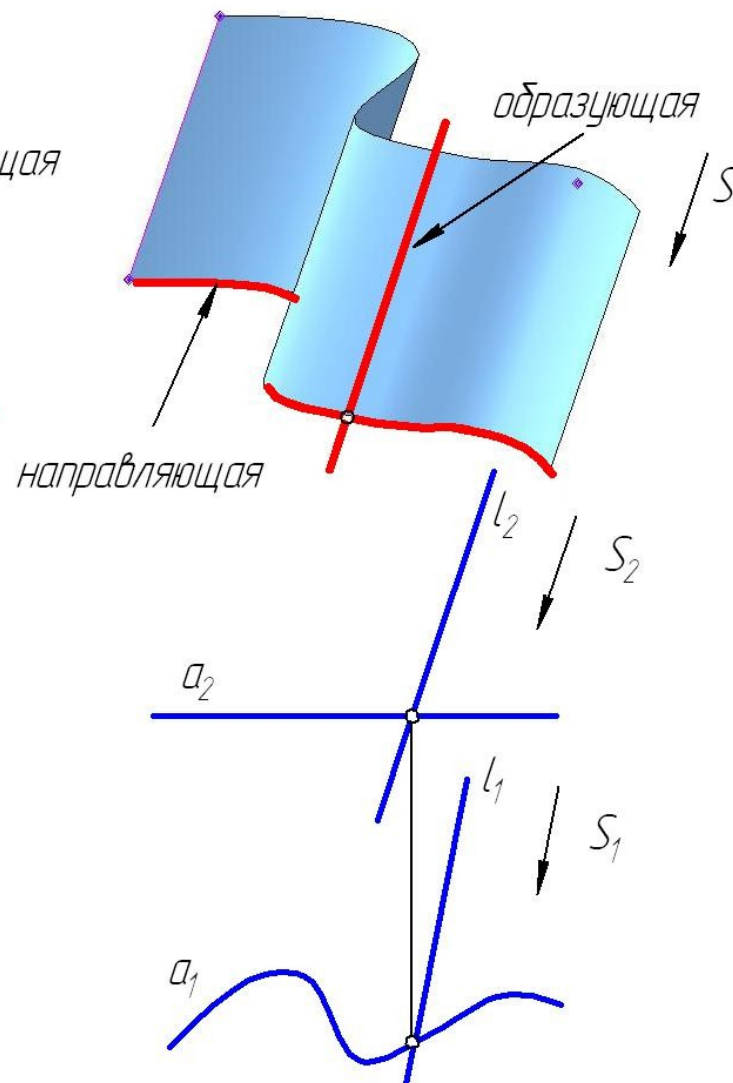
а

Коническая поверхность
 $\Phi(\bar{l}, \tilde{a}, S), [l \cap a, S \in l]$



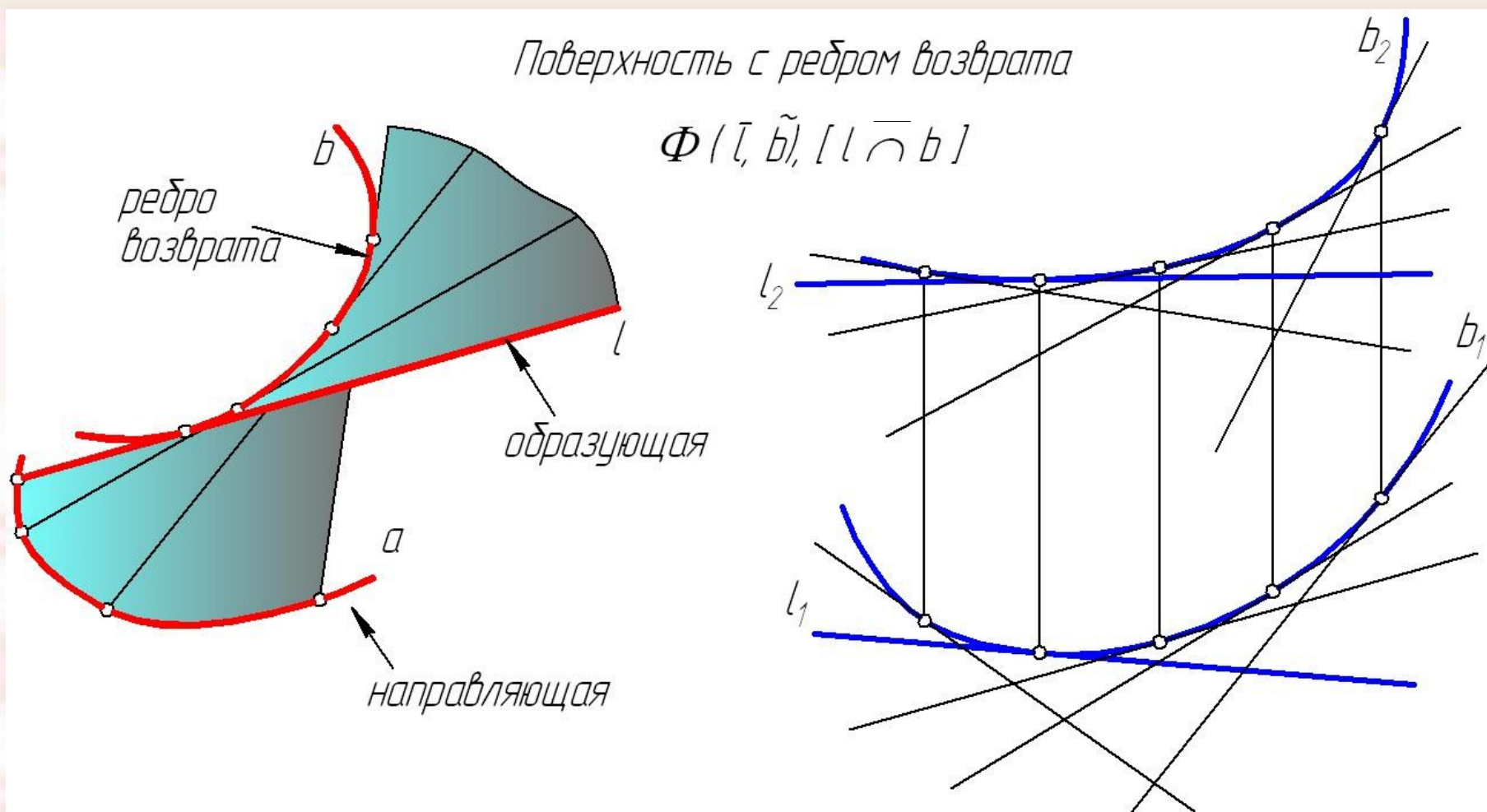
б

Цилиндрическая поверхность
 $\Phi(\bar{l}, \tilde{a}, S), [l \cap a, l \parallel S]$



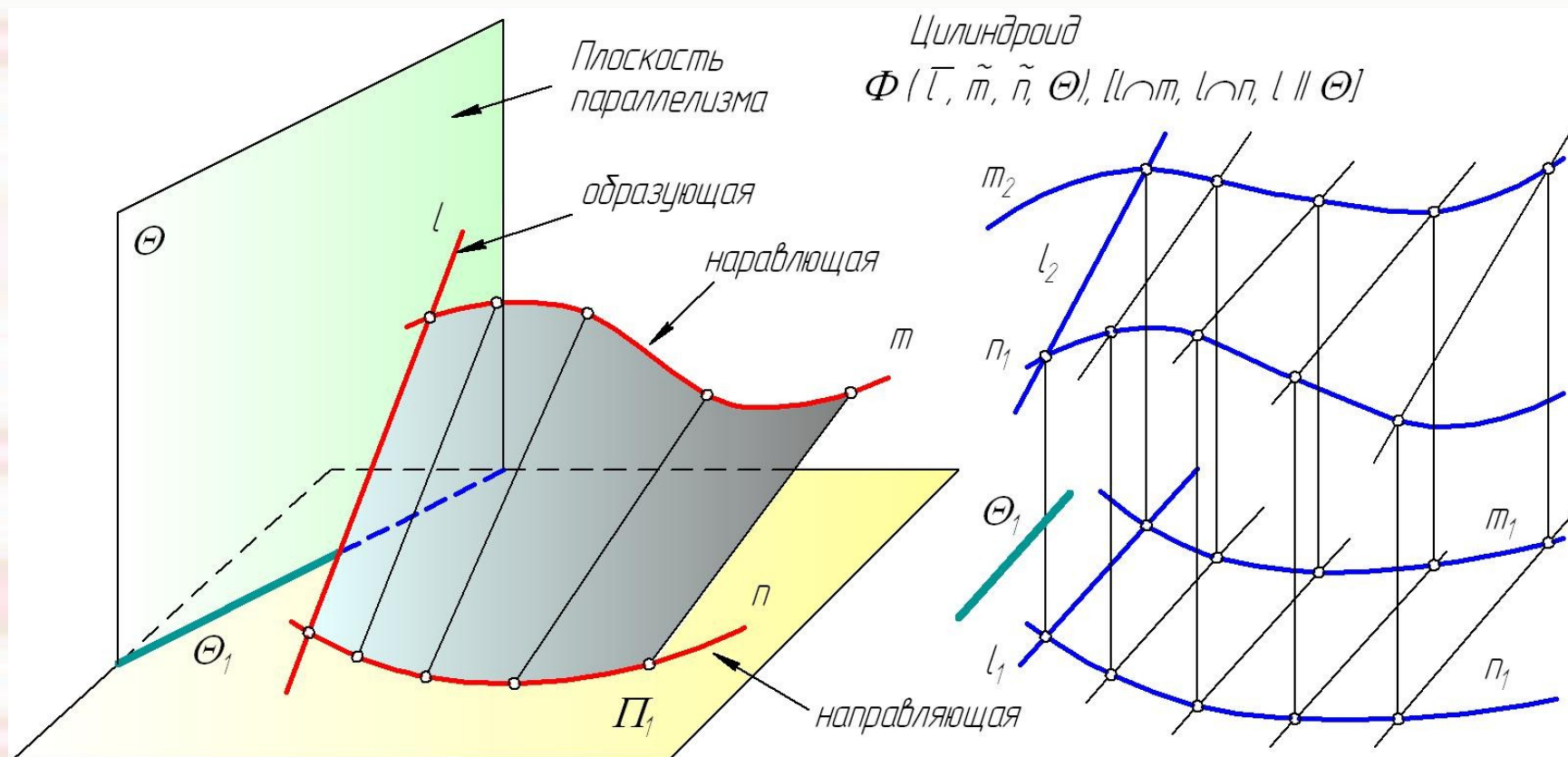
l — прямолинейная образующая а — криволинейная направляющая

Поверхность с ребром возврата (торс) – образуется непрерывным движением прямолинейной направляющей (l) по плоской кривой направляющей (a) и касающейся, при своем перемещении, пространственной кривой (b), называемой **ребром возврата**



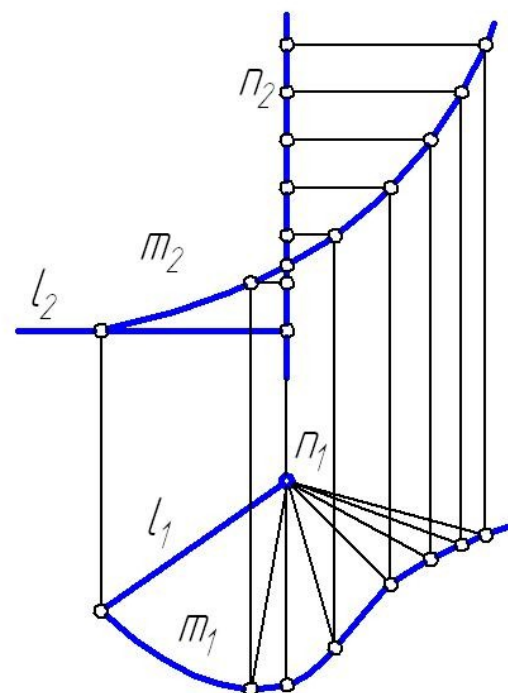
Поверхности Каталана (цилиндрои́д, коноид, гиперболический параболоид или косая плоскость) – **неразвертываемые поверхности с плоскостью параллелизма**.

Поверхность с плоскостью параллелизма — поверхность, прямая образующая которой пересекает две направляющие, при этом остается параллельной заданной плоскости.



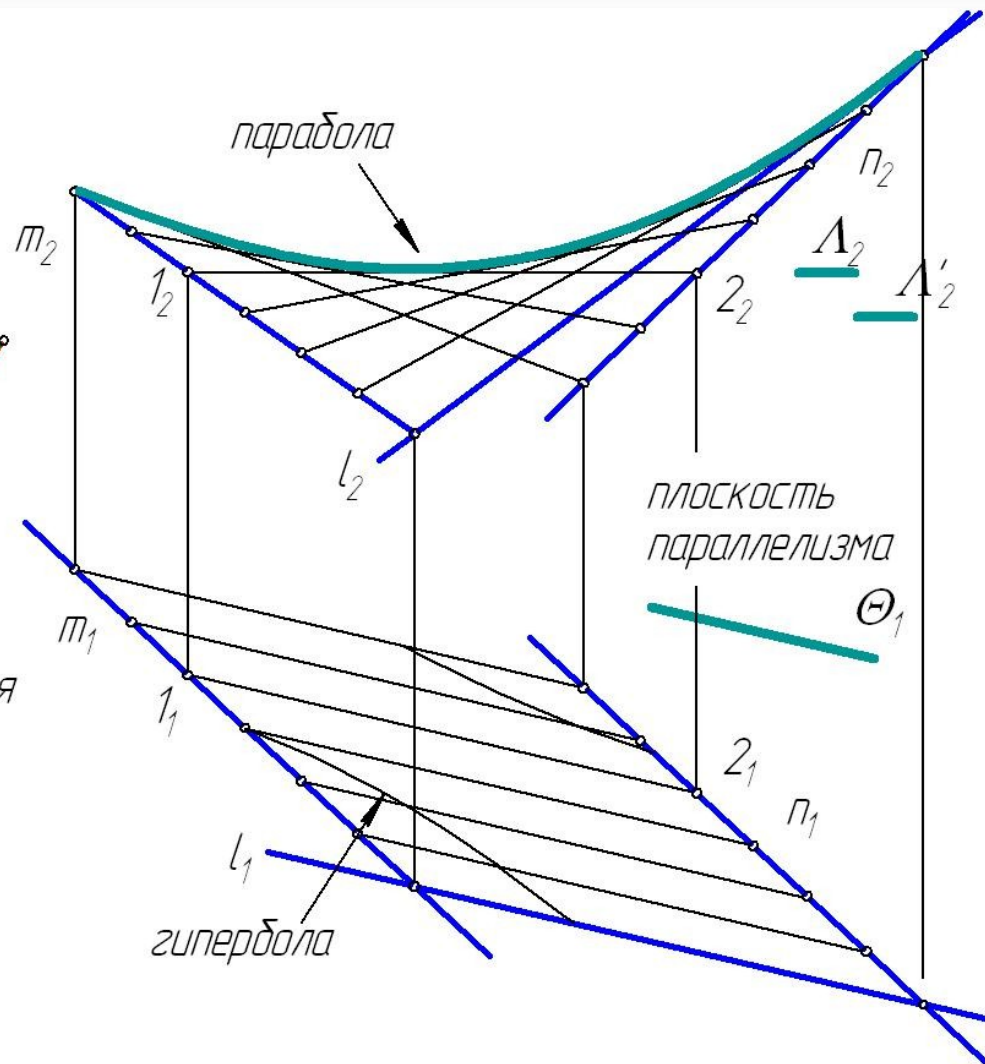
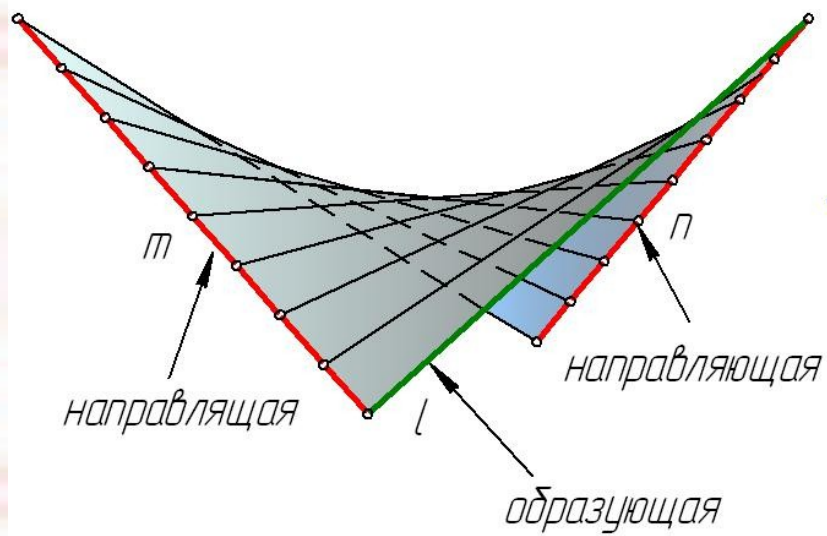
Конус

$\Phi(\bar{l}, m, \bar{n}, \Theta \equiv \Pi), [l \cap m, l \cap n, l \parallel \Theta, n \perp \Theta]$



Косая плоскость

$$\Phi(\bar{l}, \bar{m}, \bar{n}, \Theta), [l \cap m, l \cap n, l \parallel \Theta, m \perp n]$$



Нелинейчатые поверхности

Нелинейчатые поверхности образуются движением плоской образующей (окружностью или кривой общего вида).

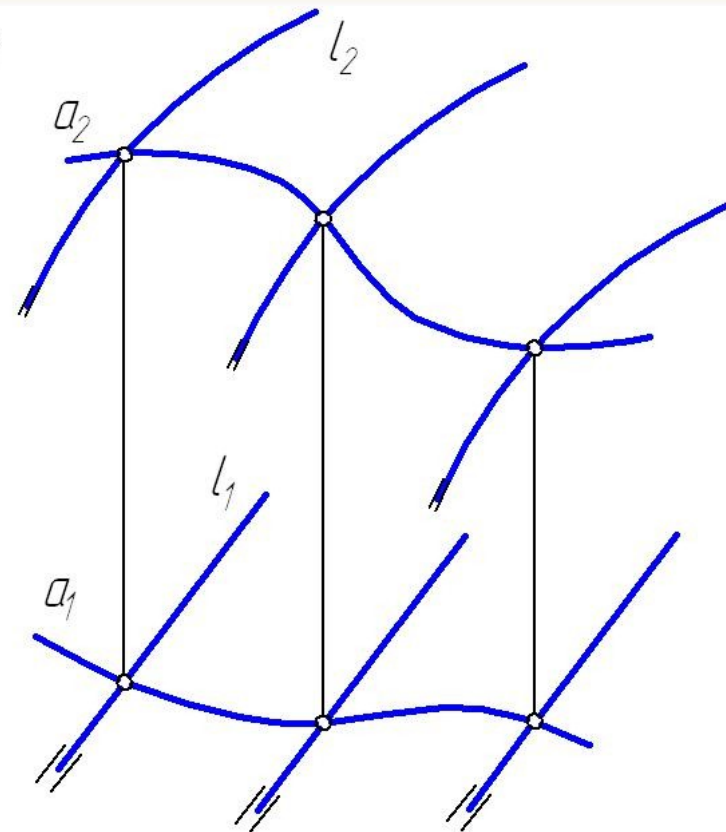
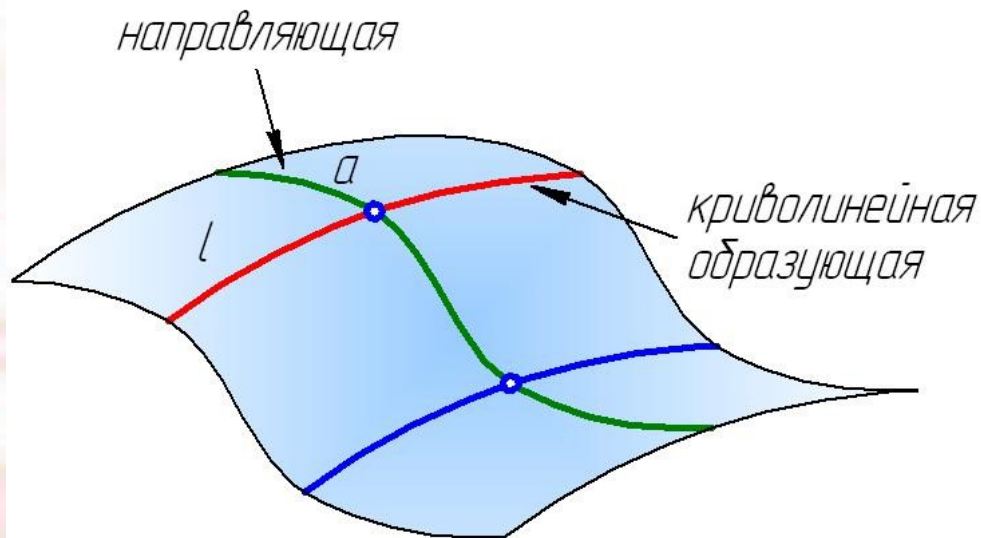
Закон движения образующей	Заданного направления (подкласс 1)	Поверхности вращения (подкласс 2)	Винтовые поверхности (подкласс 3)
Вид образующей			
Образующая общего вида	Поверхности параллельного переноса общего вида Каналовые поверхности	Поверхности вращения, в том числе эллипсоид, параболоид, гиперболоид	-
Образующая окружность	Циклические поверхности	Сфера Тор Глобoid	Винтовой тор Нормальный геликоидальный круглый цилиндр

Нелинейчатые поверхности

Поверхности параллельного переноса образуются поступательного движением плоской кривой образующей по направляющей — кривой линии.

Поверхность параллельного переноса

$$\Phi(l, a, [T, (l)])$$



Нелинейчатые поверхности

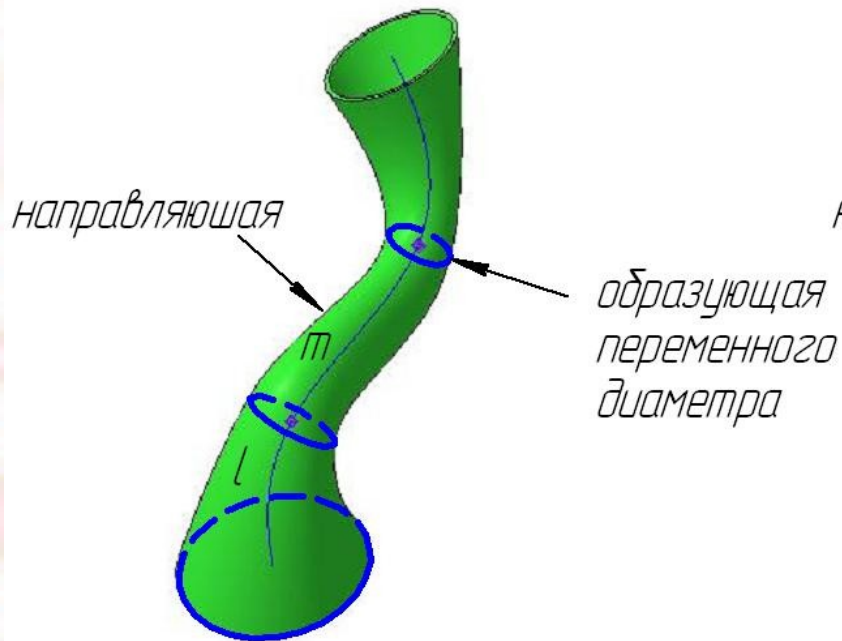
Каналовые поверхности образуются движением замкнутой образующей по криволинейной направляющей.

Образующие могут иметь различную форму или одинаковую форму, но различную площадь сечения.

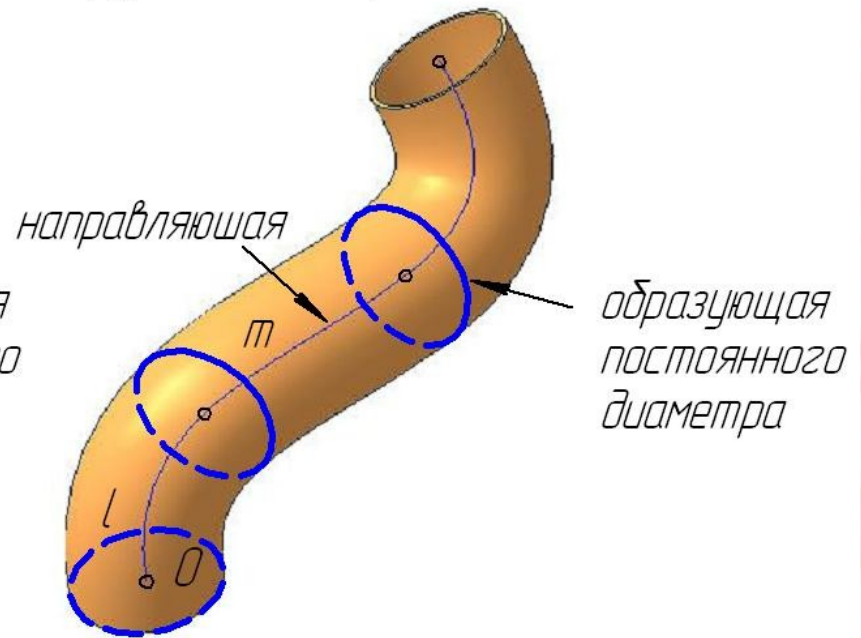
Циклическая поверхность — образующая окружность.

Трубчатая поверхность — образующая постоянного радиуса.

Каналовая поверхность



Трубчатая поверхность



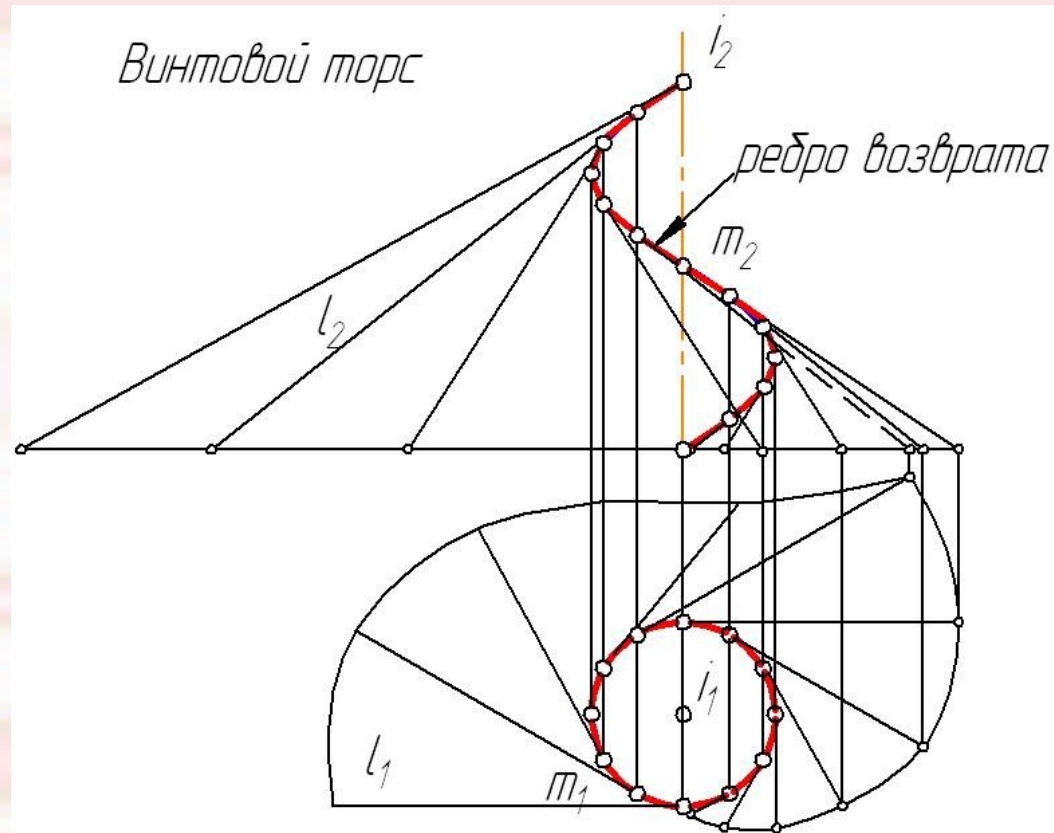
Винтовые поверхности

Винтовой поверхностью называется поверхность, образованная винтовым движением образующей в пространстве.

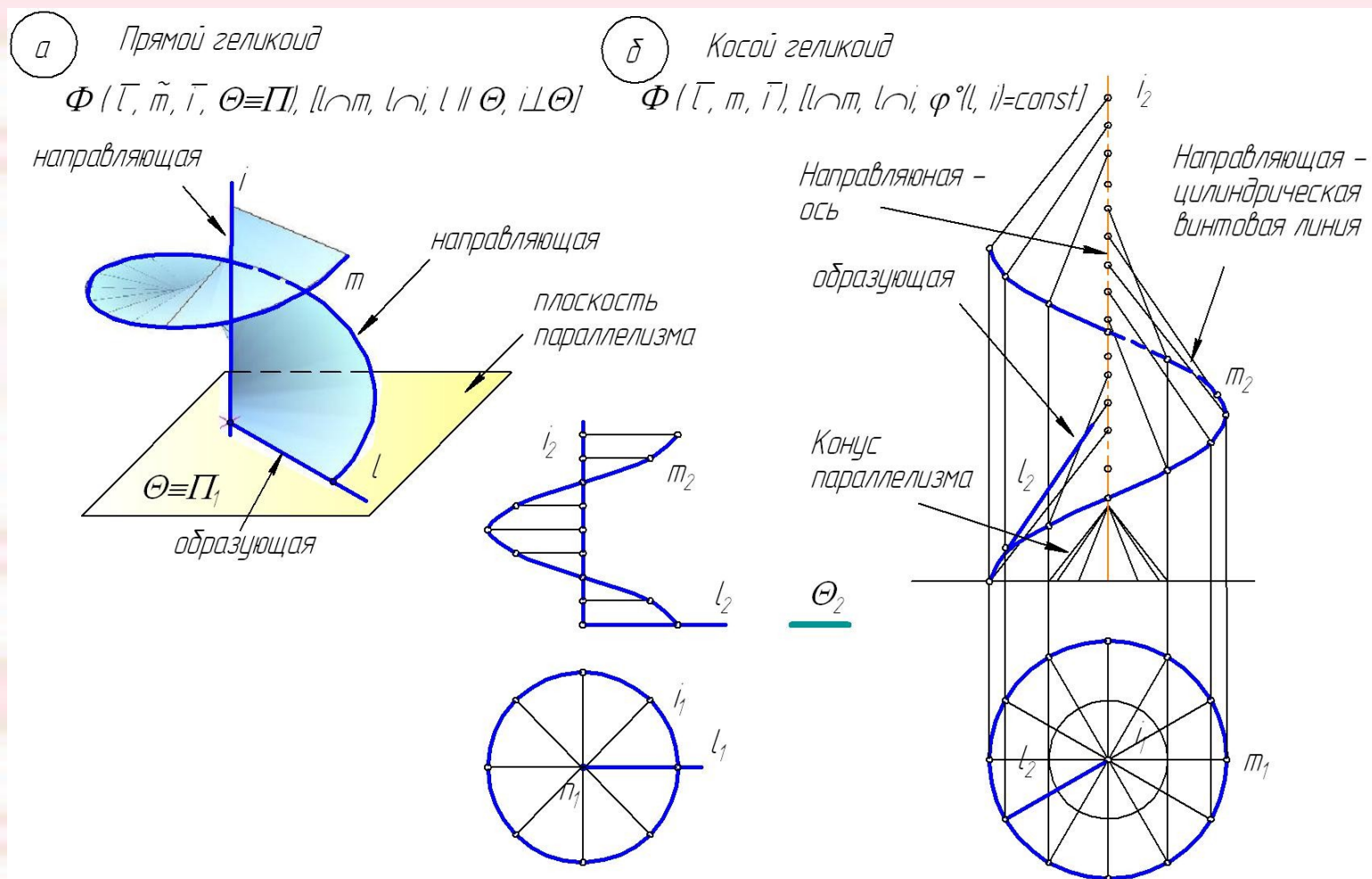
Поверхности	Линейчатые	Криволинейные
		Образующая - окружность
Развертываемые	Развертываемый геликоид (винтовой торс)	-
Неразвертываемые	Прямой геликоид Косой геликоид Кольцевой геликоид Кольцевой коноид	Винтовой торс Нормальный геликоидальный круглый цилиндр

Винтовой торс

Винтовой торс (развертываемый геликоид) образуются прямолинейной образующей, касающейся направляющей винтовой линии кривая возврата).

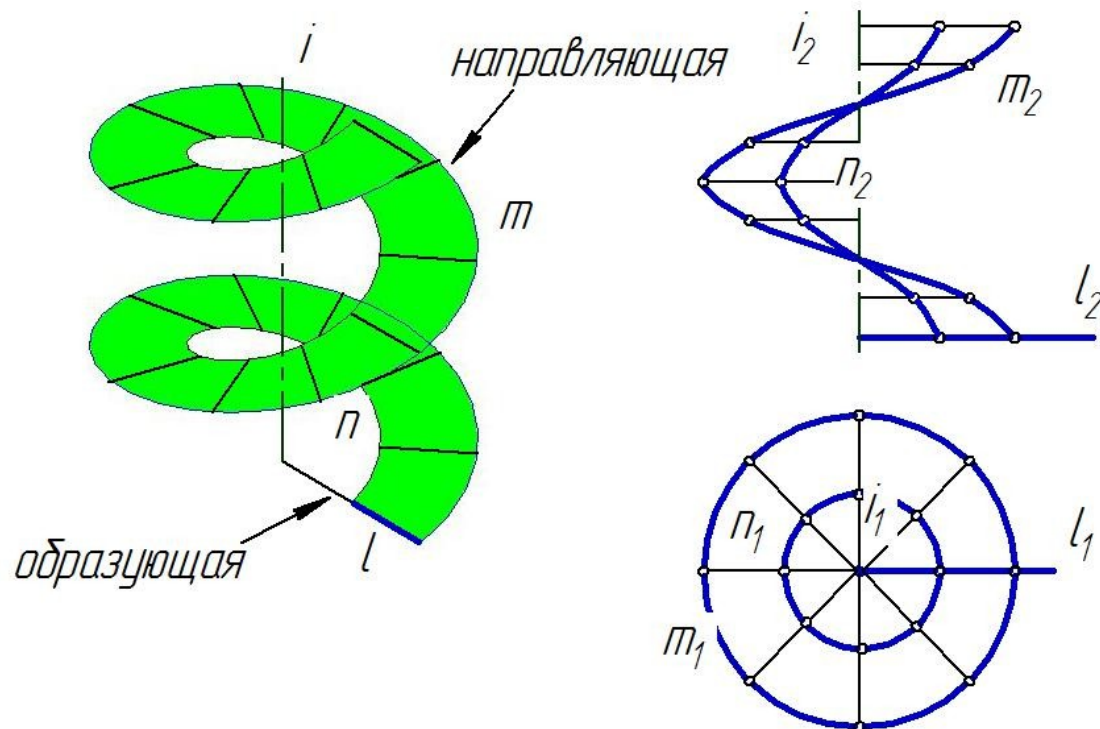


Прямой геликоид (винтовой коноид) имеет две направляющие — винтовую линию и ее ось, а плоскостью параллелизма является плоскость, перпендикулярная оси винтовой линии. Если образующая наклонена к оси винтовой линии, то поверхность называется **косым геликоидом**.

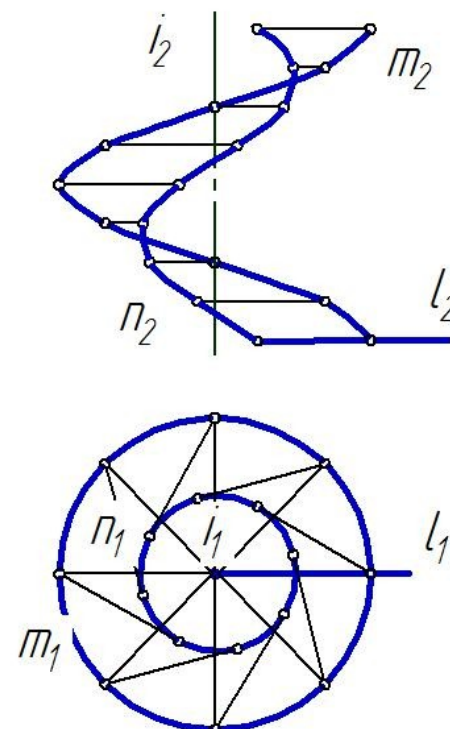


Кольцевой геликоид (кольцевой коноид) получается при пересечении
винтового коноида соосным с ним цилиндром.

Кольцевой коноид

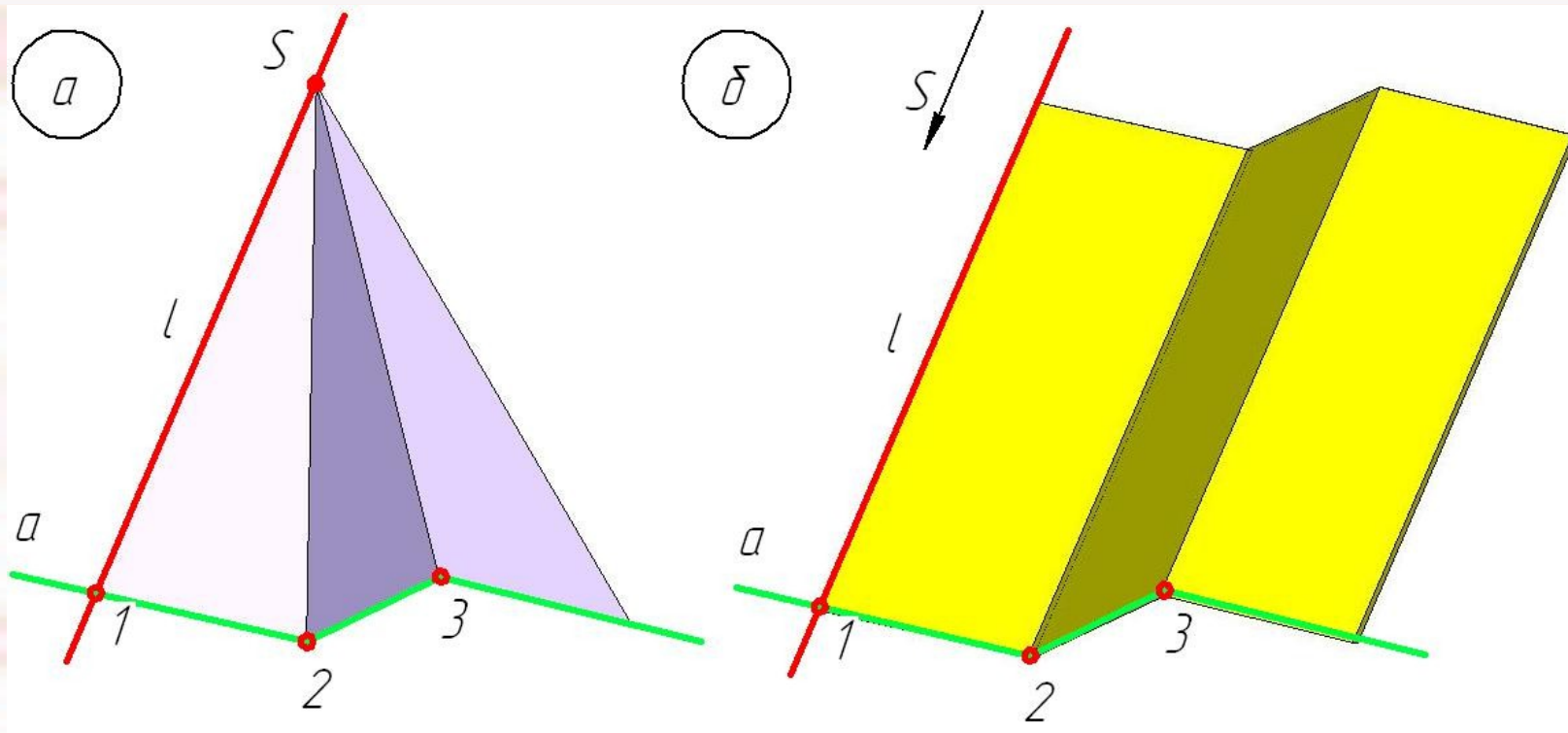


Винтовой кольцевой цилиндр



Многогранные поверхности

Многогранная поверхность — поверхность, образованная попарно пересекающимися плоскостями (гранями).



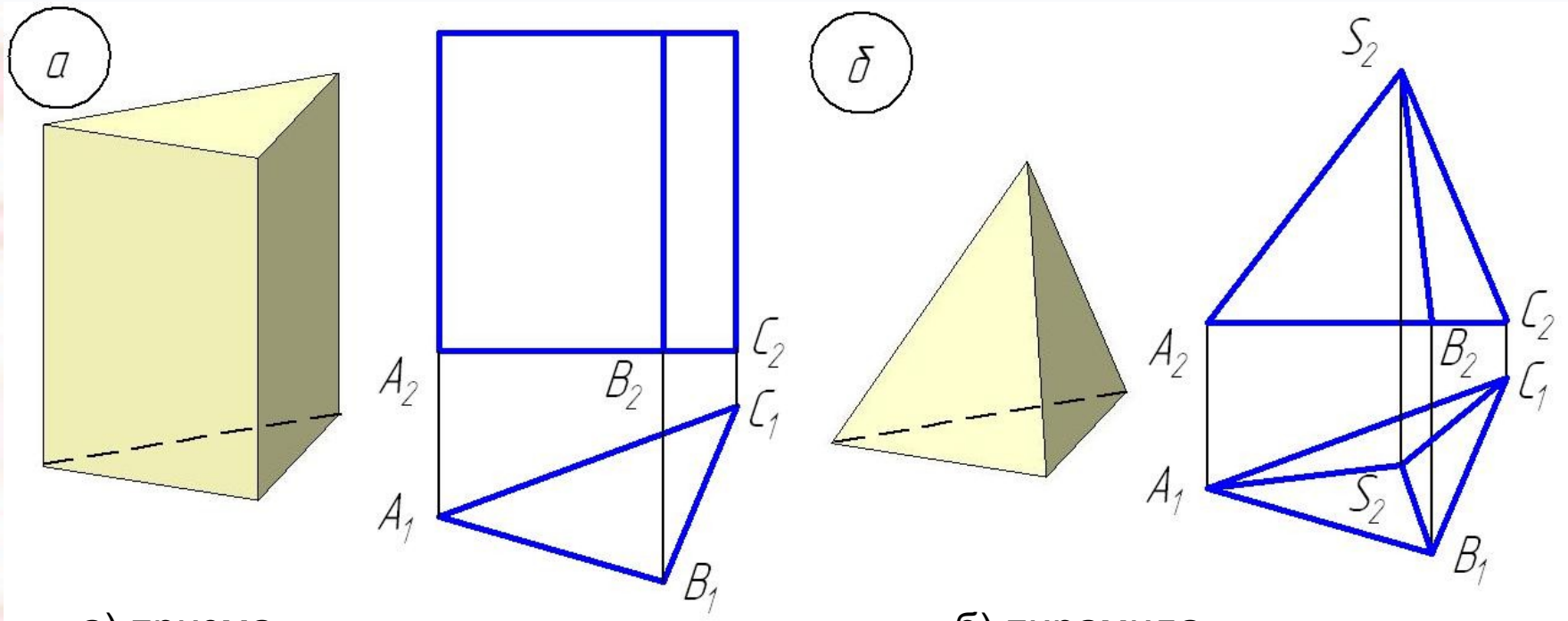
L — прямолинейная образующая
 a — ломаная направляющая

а) пирамидальная поверхность

б) призматическая поверхность

Многогранники

Пространственная фигура, ограниченная со всех сторон гранями называется **многогранником**.



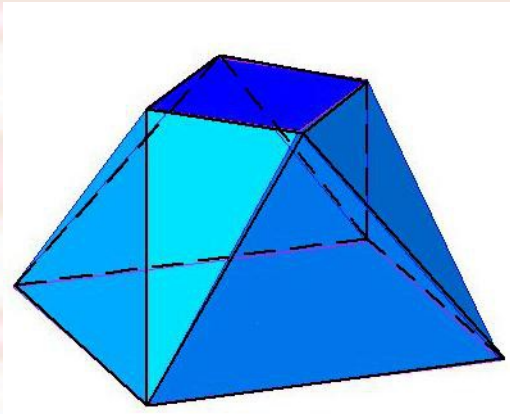
а) призма

б) пирамида

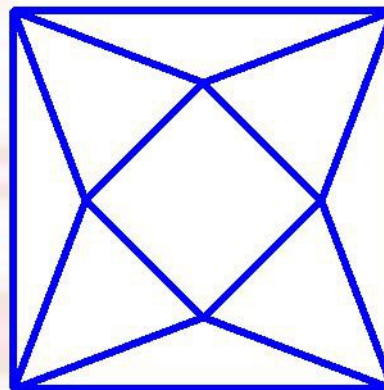
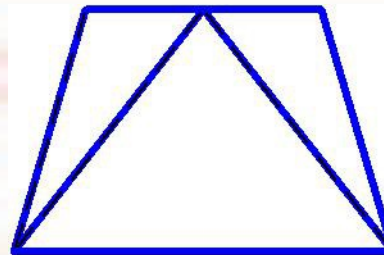
Многогранник, все ребра которого перпендикулярны плоскости проекций называется **проецирующим**

Многогранники, все грани которого располагаются по одну сторону любой его грани, называется выпуклым.

Призматойды



Основания – параллельные многоугольники.
Грани — трапеции или треугольники



Правильные многогранники

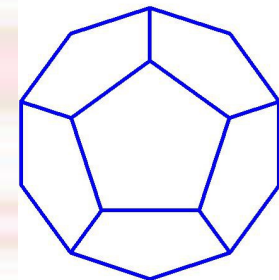
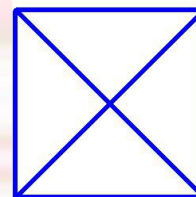
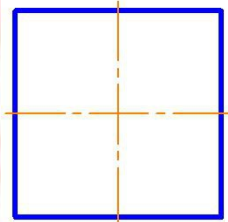
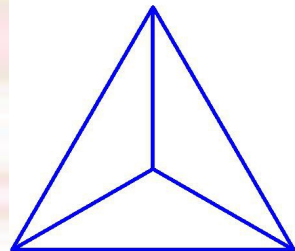
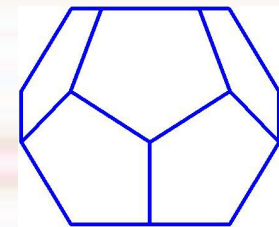
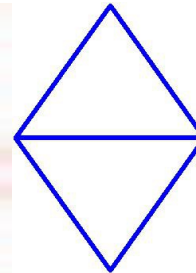
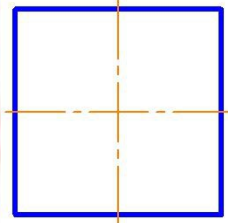
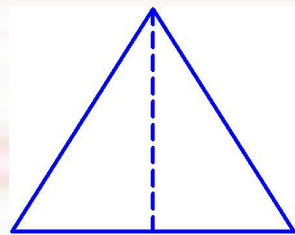
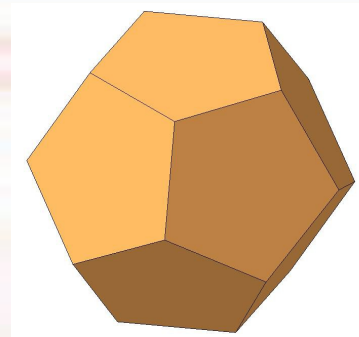
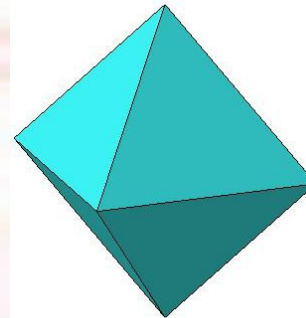
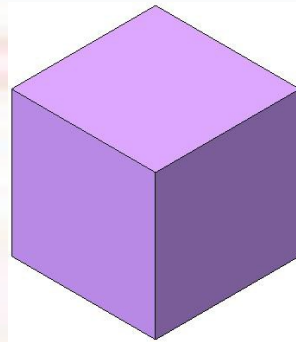
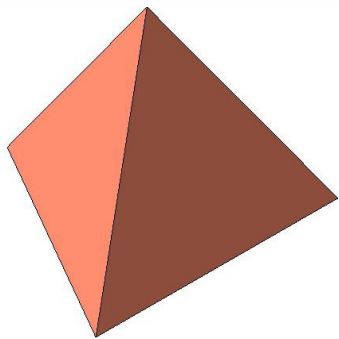
Тетраэдр — четырехгранник. Грани — треугольники.

Гексаэдр — четырехгранник (куб). Грани — квадраты

Октаэдр — восьмигранник. Грани — треугольники.

Додекаэдр — двенадцатигранник. Грани — пятиугольники

Икосаэдр — двадцатигранник. Грани - треугольники.



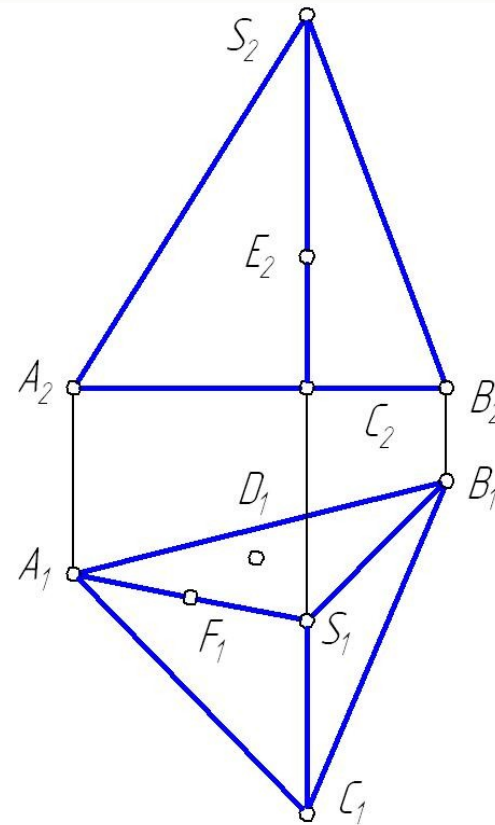
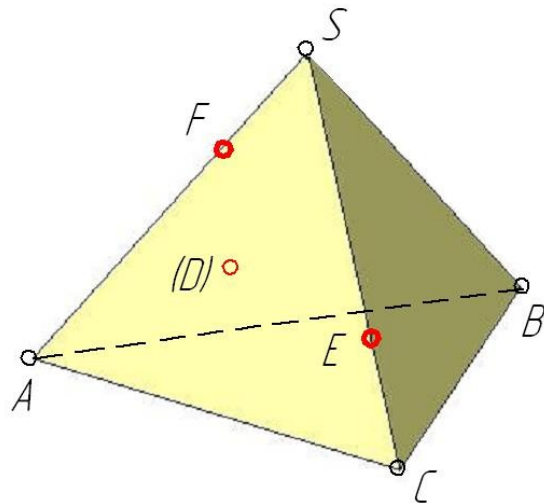
Принадлежность точки поверхности многогранника

Принадлежность точек поверхности многогранника определяется принадлежностью их его ребрам и граням.

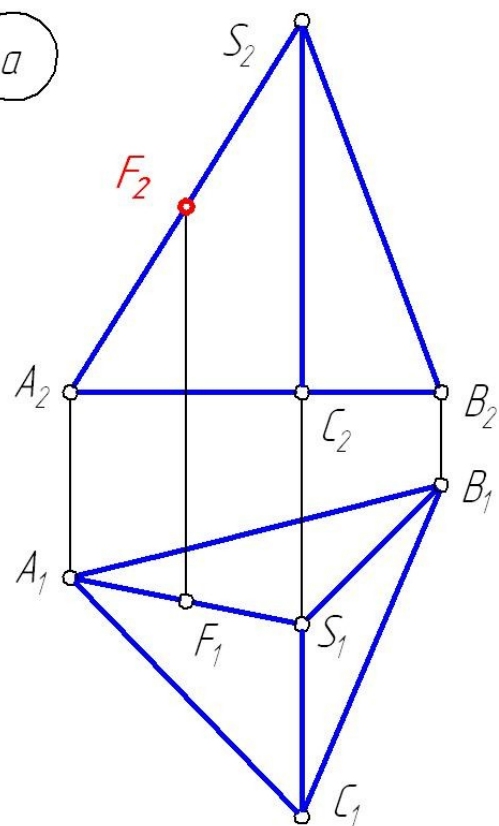
Пример : Определение недостающих проекций точек, принадлежащих поверхности пирамиды.

Графическое условие

$D, E, F \in SABCD$
 D_2, F_2, E_1

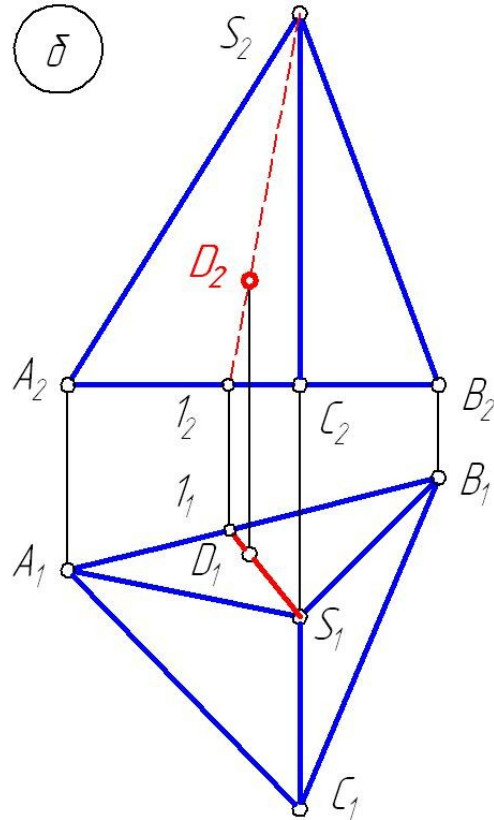


α



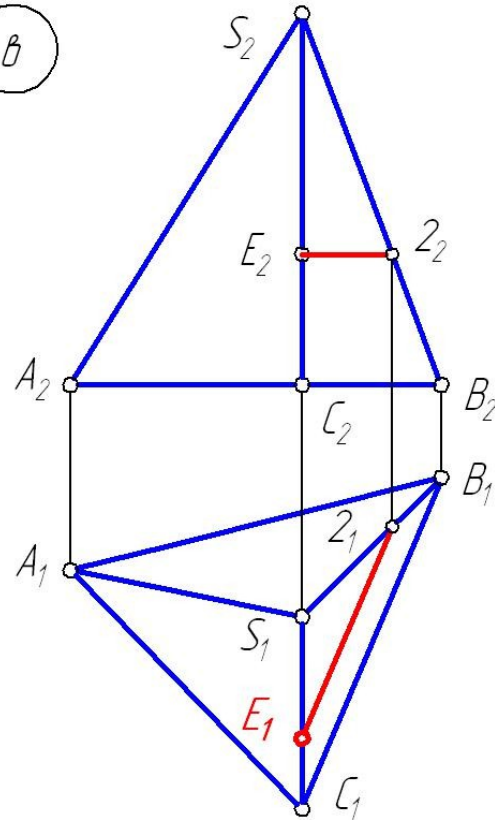
$$F \in SA \Rightarrow F_2 \in S_2A_2$$

δ

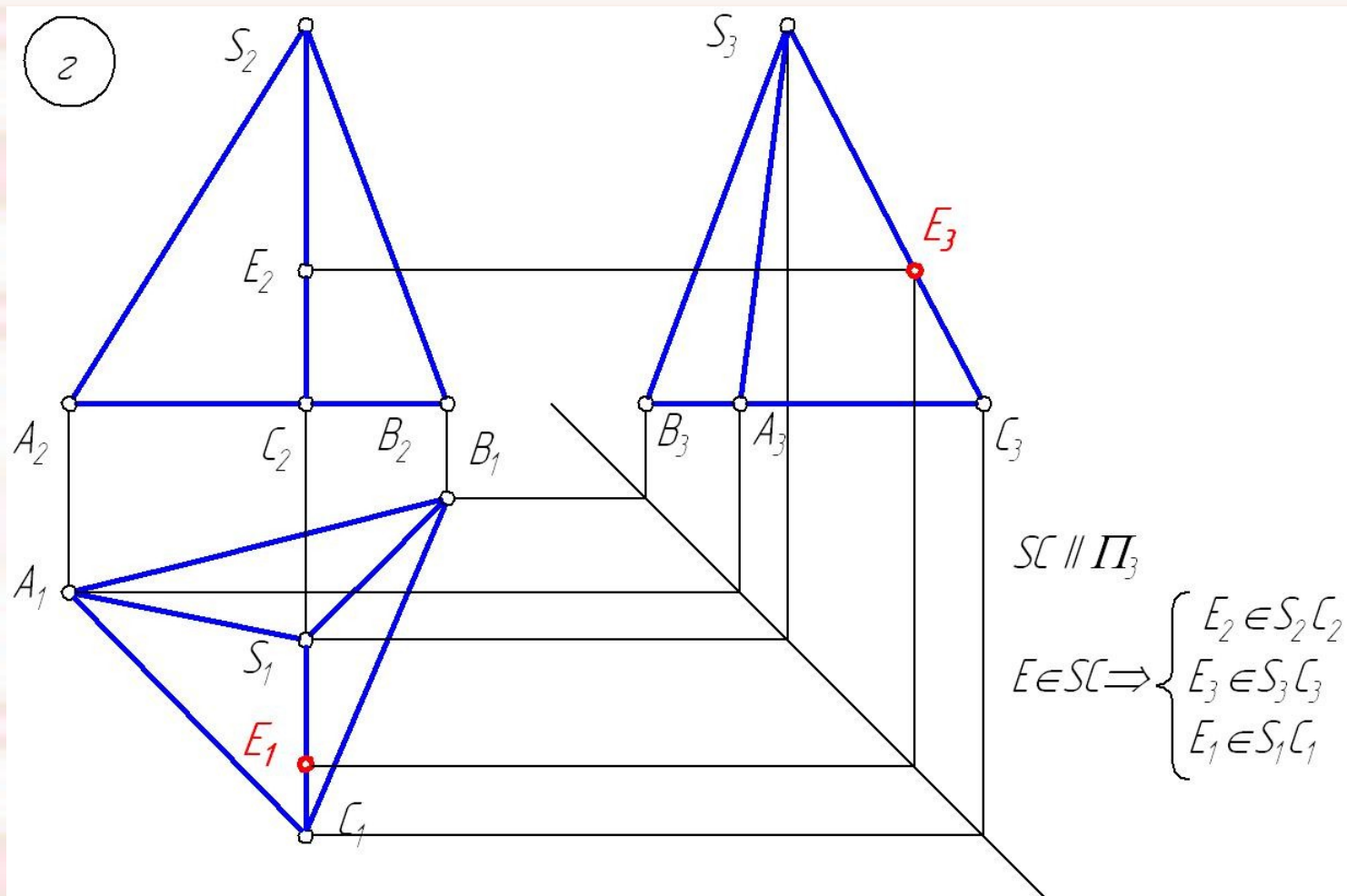


$$D \in SAB \Rightarrow D \in S1 \subset SAB$$

θ



$$E2 \subset SBC, E2 \parallel BC$$



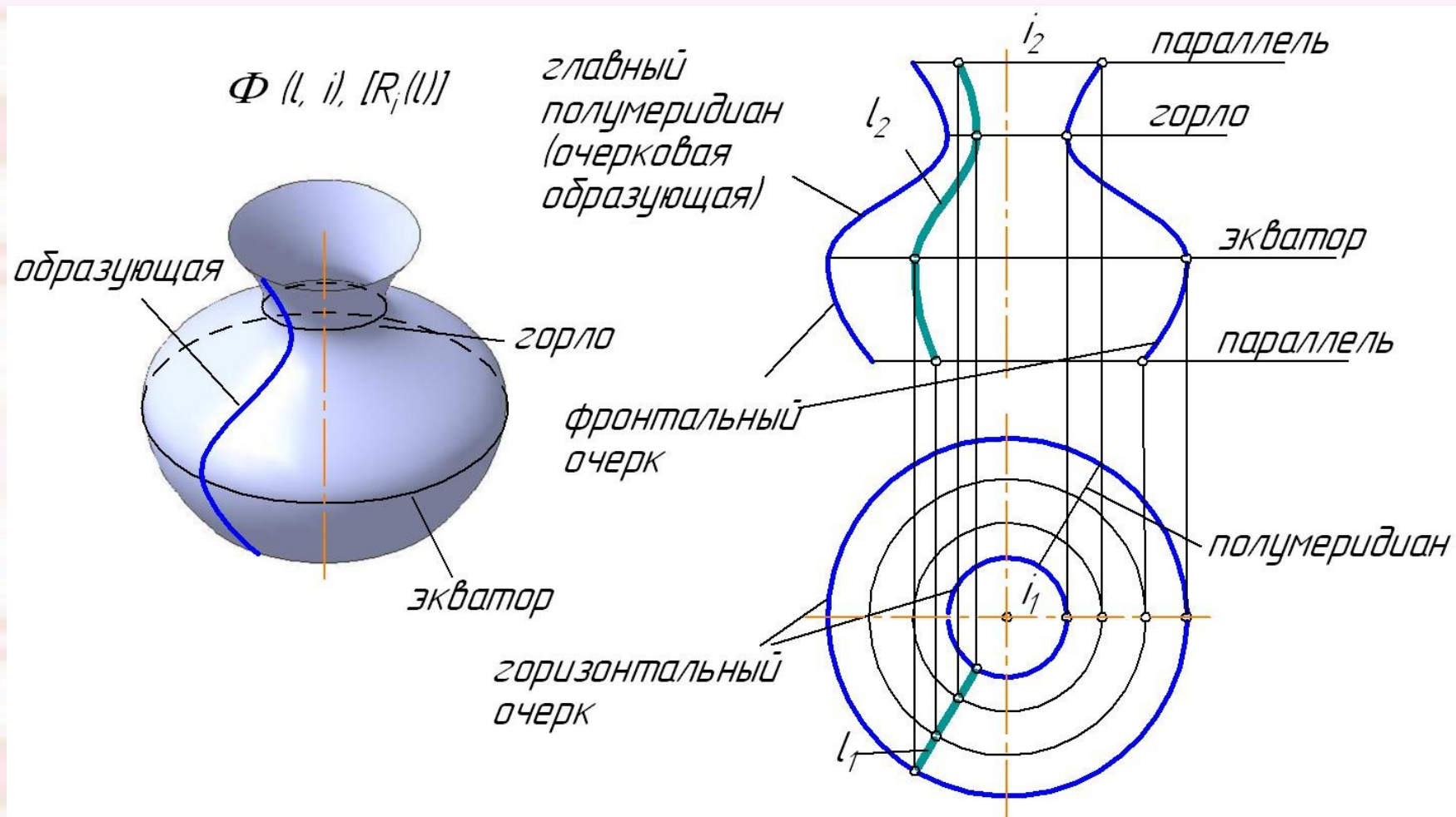
Поверхности вращения

Поверхности вращения — поверхности, образованные вращением линии вокруг оси.

Образующая может быть прямой линией или иметь кривую форму.

Поверхности	Линейчатые	Криволинейные	
		Образующая – окружность	Образующая – кривая общего вида
Развертываемые	Цилиндрические Конические		-
Неразвертываемые	Однополосный линейчатый гиперболоид	Сфера Глобoid Тор	Эллипсоид Параболоид Гиперболоид Глобoid Тела вращения

Характерные линии поверхности вращения



Принадлежность точки и линии поверхности вращения

Признак принадлежности:

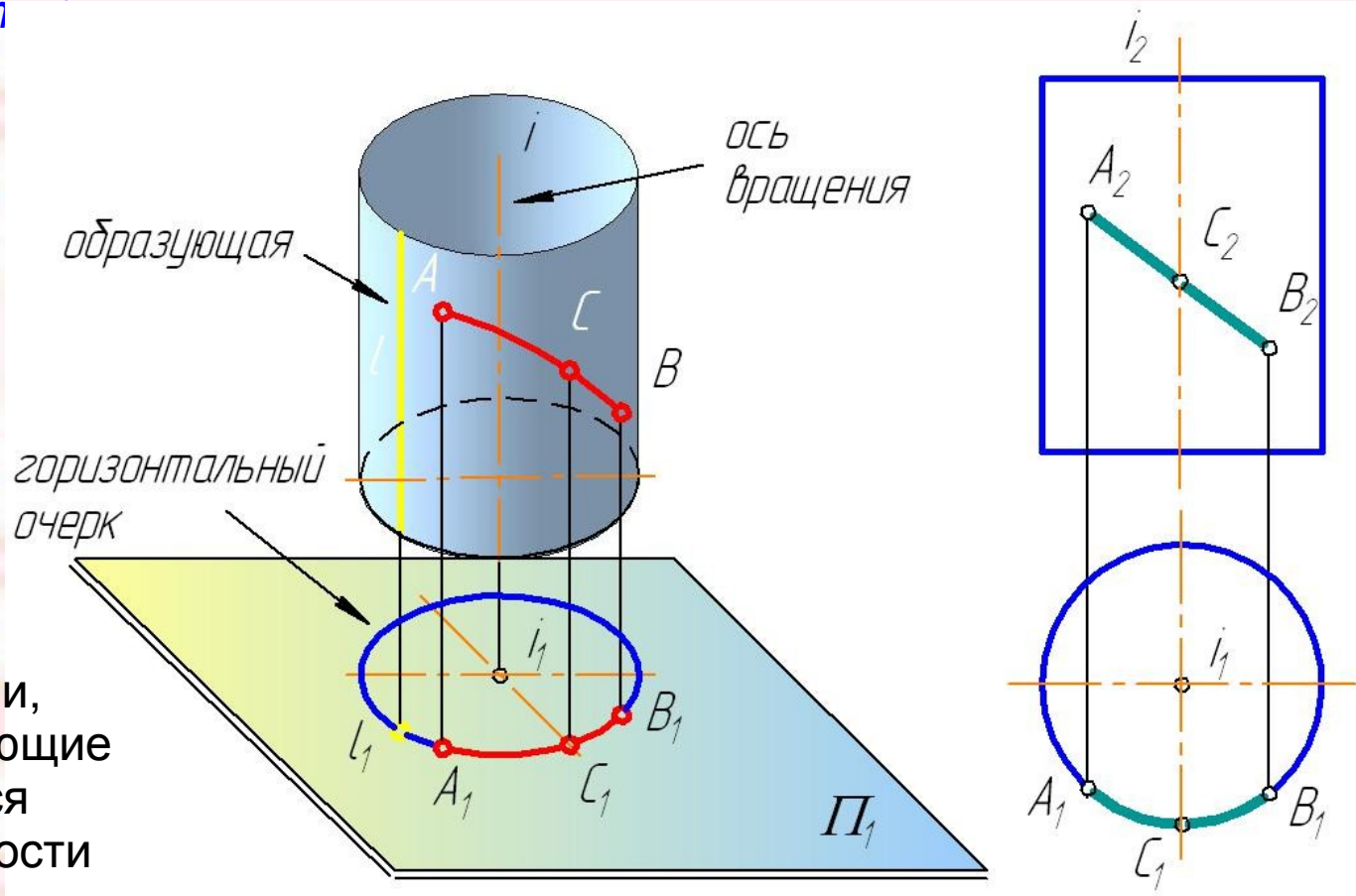
Точка принадлежит поверхности, если она принадлежит линии этой поверхности.

Линия принадлежит поверхности, если каждая ее точка принадлежит э

Частный случай.

Принадлежность точки и линии проецирующей поверхности (прямой цилиндр).

Т.к. образующие перпендикулярны плоскости проекции, то их соответствующие проекции находятся на очерке поверхности



Общий случай: Определение недостающей проекции точки, принадлежащей непроецирующей поверхности.

